collegebatch.com

Series : W1XZY

SET ~ 5

रोल नं.

Roll No.

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65(B)**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)
MATHEMATICS
(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

नोट

(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।

(II) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।

(III) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।

(IV) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**

(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

NOTE

(I) Please check that this question paper contains **23** printed pages.

(II) Please check that this question paper contains **38** questions.

(III) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(IV) **Please write down the serial number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**

(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

~

collegebatch.com

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1*** अंक के प्रश्न हैं ।

(iv) ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड **ख** के **2** प्रश्नों में, खण्ड **ग** के **3** प्रश्नों में, खण्ड **घ** के **2** प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के **2** प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड – क

इस खण्ड में **20** बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है ।

1. निम्न Z से Z तक के फलनों में कौन सा फलन एकैकी तथा आच्छादक दोनों है ?

(A) $f(x) = 2x - 1$ (B) $f(x) = 3x^2 + 5$

(C) $f(x) = x + 5$ (D) $f(x) = 5x^3$

collegebatch.com

✡ ✡

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This Question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *Question paper is divided into **FIVE** Sections – Section **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A** – Question Number **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) type and Question Number **19** & **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B** – Question Number **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C** – Question Number **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D** – Question Number **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions, carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E** – Question Number **36** to **38** are case study based questions, carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **2** questions in Section – **B**, **3** questions in Section – **C**, 2 questions in Section – **D** and **2** questions in Section – **E**.*

(ix) *Use of calculator is **NOT** allowed.*

SECTION – A

This section consists of **20** multiple choice questions, each of **1** mark.

1. Which of the following functions from Z to Z is both one-one and onto ?

(A) $f(x) = 2x - 1$ (B) $f(x) = 3x^2 + 5$

(C) $f(x) = x + 5$ (D) $f(x) = 5x^3$

collegebatch.com

✡ ✡

2. $4\cos\left[\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)\right]$ का मान है

(A) 3 (B) – 3

(C) 1 (D) – 1

3. यदि $A = \begin{bmatrix} x & 0 & m \\ y & z & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} = 6I$, जहाँ I एक तत्समक आव्यूह है, तो $x + y + z + m$ का मान है

(A) 18 (B) 12

(C) 6 (D) 2

4. यदि $B = \begin{bmatrix} 23 & 41 & 57 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 31 & 42 \\ 53 & 64 \\ 75 & 86 \end{bmatrix}$, तो B की कोटि है

(A) 3×2 (B) 2×2

(C) 1×3 (D) 1×2

5. यदि A तथा B समान कोटि के वर्ग आव्यूह हैं, तो $(A - B)^2 = ?$

(A) $A^2 - 2AB + B^2$ (B) $A^2 - AB - BA + B^2$

(C) $A^2 - 2BA + B^2$ (D) $A^2 - AB + BA + B^2$

6. यदि $\begin{vmatrix} 5 & 3 & -1 \\ -7 & x & 2 \\ 9 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 0$ है, तो x का मान है :

(A) 0 (B) 9

(C) – 6 (D) 6

collegebatch.com

✡ ✡

2. Value of $4\cos\left[\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)\right]$ is

(A) 3 (B) – 3

(C) 1 (D) – 1

3. If $A = \begin{bmatrix} x & 0 & m \\ y & z & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} = 6I$, where I is a unit matrix, then $x + y + z + m$ is equal to

(A) 18 (B) 12

(C) 6 (D) 2

4. If $B = \begin{bmatrix} 23 & 41 & 57 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 31 & 42 \\ 53 & 64 \\ 75 & 86 \end{bmatrix}$, then the order of B is :

(A) 3×2 (B) 2×2

(C) 1×3 (D) 1×2

5. If A and B are square matrices of the same order, then $(A - B)^2 = ?$

(A) $A^2 - 2AB + B^2$ (B) $A^2 - AB - BA + B^2$

(C) $A^2 - 2BA + B^2$ (D) $A^2 - AB + BA + B^2$

6. If $\begin{vmatrix} 5 & 3 & -1 \\ -7 & x & 2 \\ 9 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 0$, then the value of x is

(A) 0 (B) 9

(C) – 6 (D) 6

~

collegebatch.com

7. यदि $A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो आव्यूह A है

(A) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -7 & 8 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -4 & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$

8. यदि $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(A) $\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

(B) $-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

(C) $-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

(D) $\frac{-2\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

9. यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{1-\cos x}{\sin x}\right)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) -1

10. जब x धनात्मक है, तो x^x का न्यूनतम मान है

(A) e^e

(B) $\frac{1}{e}$

(C) $e^{\frac{1}{e}}$

(D) $e^{\frac{-1}{e}}$

~

collegebatch.com

7. If $A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$, then matrix A is

(A) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -7 & 8 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -4 & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$

8. If $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, then $\frac{dy}{dx}$ is

(A) $\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

(B) $-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

(C) $-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

(D) $\frac{-2\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

9. If $y = \tan^{-1}\left(\frac{1-\cos x}{\sin x}\right)$, then $\frac{dy}{dx}$ is

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) -1

10. When x is positive, the minimum value of x^x is

(A) e^e

(B) $\frac{1}{e}$

(C) $e^{\frac{1}{e}}$

(D) $e^{\frac{-1}{e}}$

collegebatch.com

11. $\int \frac{2x^3}{4+x^8} dx$ बराबर है

(A) $\frac{1}{4}\tan^{-1}\frac{x^4}{2}+C$

(B) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x^4}{2}+C$

(C) $\frac{1}{4}\tan^{-1}\frac{x^4}{4}+C$

(D) $\frac{1}{4}\tan^{-1}x^4+C$

12. $\int e^x \cdot \frac{x}{(1+x)^2}\ dx$ बराबर है

(A) $e^x \cdot \frac{x}{1+x}+C$

(B) $e^x \cdot \frac{1}{1+x}+C$

(C) $e^x \cdot \frac{1}{x}+C$

(D) $e^x \cdot \frac{1}{(1+x)^2}+C$

13. रेखाओं $y = x + 1$, $x = 1$, $x = 3$ तथा x-अक्ष से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है

(A) 6 वर्ग इकाई

(B) 8 वर्ग इकाई

(C) 7.5 वर्ग इकाई

(D) 2 वर्ग इकाई

14. अवकल समीकरण $x \cdot \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ को हल करने के लिए समाकलन गुणक है

(A) x

(B) $\frac{1}{x}$

(C) e^{-x}

(D) $-\log x$

11. $\int \frac{2x^3}{4+x^8}dx$ is equal to

(A) $\frac{1}{4}\tan^{-1}\frac{x^4}{2}+C$

(B) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x^4}{2}+C$

(C) $\frac{1}{4}\tan^{-1}\frac{x^4}{4}+C$

(D) $\frac{1}{4}\tan^{-1}x^4+C$

12. $\int e^x \cdot \frac{x}{(1+x)^2}\, dx$ is equal to

(A) $e^x \cdot \frac{x}{1+x}+C$

(B) $e^x \cdot \frac{1}{1+x}+C$

(C) $e^x \cdot \frac{1}{x}+C$

(D) $e^x \cdot \frac{1}{(1+x)^2}+C$

13. The area of the region bounded by the lines $y = x + 1$, $x = 1$, $x = 3$ and x-axis is

(A) 6 sq units

(B) 8 sq units

(C) 7.5 sq units

(D) 2 sq units

14. The integrating factor for solving the differential equation $x \cdot \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is

(A) x

(B) $\frac{1}{x}$

(C) e^{-x}

(D) $-\log x$

15. सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ दोनों के लंबवत एकक सदिशों की संख्या है

(A) एक (B) दो

(C) तीन (D) अनन्त

16. सुसंगत क्षेत्र के सभी बिंदुओं में से, उद्देश्य फलन का अधिकतम या न्यूनतम मान देने वाला बिंदु स्थित है

(A) सुसंगत क्षेत्र के अन्त: भाग में

(B) सुसंगत क्षेत्र की सीमा रेखा पर

(C) सुसंगत क्षेत्र के कोनों पर

(D) निर्देशांक अक्षों पर

17. व्यवरोधों $x \geq 0$, $x + y \leq 1$ तथा $y \geq 0$ के लिए उभयनिष्ठ क्षेत्र स्थित है

(A) चतुर्थांश IV में (B) चतुर्थांश II में

(C) चतुर्थांश III में (D) चतुर्थांश I में

18. A तथा B दो खाली पदों के लिए एक साक्षात्कार में उपस्थित हुए । यदि A के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{5}$ तथा B के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है तो दोनों में से किसी के भी न चुने जाने की प्रायिकता है

(A) $\frac{11}{15}$ (B) $\frac{7}{15}$

(C) $\frac{8}{15}$ (D) $\frac{1}{5}$

~

collegebatch.com

15. The number of vector(s) of unit length perpendicular to the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ is (are) :

(A) one
(B) two
(C) three
(D) infinite

16. Of all the points of the feasible region, for maximum or minimum values of the objective function, the point lies :

(A) inside the feasible region
(B) at the boundary line of the feasible region
(C) at the corner points of the feasible region
(D) at the coordinate axes

17. The common region for the inequalities $x \geq 0$, $x + y \leq 1$ and $y \geq 0$, lies in

(A) IV Quadrant
(B) II Quadrant
(C) III Quadrant
(D) I Quadrant

18. A and B appeared for an interview for two vacancies. The probability of A's selection is $\frac{1}{5}$ and that of B's selection is $\frac{1}{3}$. The probability that none of them is selected is :

(A) $\frac{11}{15}$
(B) $\frac{7}{15}$
(C) $\frac{8}{15}$
(D) $\frac{1}{5}$

collegebatch.com

अभिकथन–तर्क आधारित प्रश्न

प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन (A) और तर्क (R) आधारित प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न का **1** गुण है। दो कथन दिए गए हैं। जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(C) अभिकथन (A) सही है तथा तर्क (R) ग़लत है।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है तथा तर्क (R) सही है।

19. **अभिकथन (A)** : सदिश $\vec{a} = 4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ परस्पर लंबवत सदिश हैं।

तर्क (R) : दो सदिश $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ परस्पर लंबवत होंगे, यदि $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ है।

20. **अभिकथन (A)** : $x^2 dy = (2xy + y^2)dx$ एक समघातीय अवकल समीकरण है।

तर्क (R) : $\frac{dy}{dx} = F\left(\frac{y}{x}\right)$ के रूप का अवकल समीकरण समघातीय अवकल समीकरण होता है।

खण्ड – ख

इस खण्ड में **5** अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं।

21. मान ज्ञात कीजिए : $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$

~

Assertion – Reason Based Questions

Question numbers **19** and **20** are Assertion (A) and Reason (R) based questions carrying **1** mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and other labelled Reason (R). Select the correct answer from the options (A), (B), (C) and (D) as given below.

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.

19. **Assertion (A)** : The vectors $\vec{a} = 4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ are mutually perpendicular vectors.

    Reason (R) : Two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular to each other, if $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

20. **Assertion (A)** : $x^2 dy = (2xy + y^2)dx$ is a homogeneous differential equation.

    Reason (R) : A differential equation of the form $\frac{dy}{dx} = F\left(\frac{y}{x}\right)$ is a homogeneous differential equation.

SECTION – B

This section consists of **5** very short answer type questions, each of **2** marks.

21. Evaluate : $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$

collegebatch.com

22. (a) दर्शाइए कि फलन $f(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}}$, $x = 1$ पर अवकलनीय नहीं है ।

अथवा

(b) $y = \log\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$ का x के सापेक्ष अवकलित कीजिए ।

23. यदि $y = 7x - x^3$ है, तथा x के बढ़ने की दर 2 इकाई प्रति सेकण्ड है, तो $x = 5$ पर दिए गए वक्र की प्रवणता किस दर से बदलती है ?

24. (a) यदि $|\vec{a} + \vec{b}| = 60$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 40$ तथा $|\vec{b}| = 46$ है, तो $|\vec{a}|$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) सदिशों के प्रयोग से, K का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिंदु (K, –11, 2), (0, –2, 2) तथा (2, 4, 2) संरेख हैं ।

25. दो रेखाएँ, जिनके समीकरण $2x = 3y = -z$ तथा $6x = -y = -4z$ हैं, के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

खण्ड – ग

इस खण्ड में **6** लघु उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।

26. वह अंतराल ज्ञात कीजिए, जिनमें फलन $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$

(a) निरंतर वर्धमान है ।

(b) निरंतर ह्रासमान है ।

22. (a) Show that the function $f(x) = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$ is not differentiable at $x = 1$.

OR

(b) Differentiate $y = \log\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$ w.r.t. x.

23. If $y = 7x - x^3$ and x increases at the rate of 2 units per second, then how fast is the slope of the curve changing, when $x = 5$?

24. (a) If $|\vec{a} + \vec{b}| = 60$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 40$ and $|\vec{b}| = 46$, then find $|\vec{a}|$.

OR

(b) Using vectors, find the value of K such that the points (K, –11, 2), (0, –2, 2) and (2, 4, 2) are collinear.

25. Find the angle between the two lines whose equations are $2x = 3y = -z$ and $6x = -y = -4z$.

SECTION – C

In this section there are **6** short answer type questions, each of **3** marks.

26. Find the intervals in which the function

$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$ is

(a) strictly increasing

(b) strictly decreasing

collegebatch.com

27. (a) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2 - x + 1}{(x-1)(x^2+1)} dx$

अथवा

(b) मान ज्ञात कीजिए : $\int_1^4 (|x| + |3 - x|)dx$

28. (a) अवकल समीकरण : $\frac{dy}{dx} = 1 + x^2 + y^2 + x^2y^2$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = 1$ है जब $x = 0$ ।

अथवा

(b) अवकल समीकरण : $2xy\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$ का हल ज्ञात कीजिए ।

29. यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ हैं, तो सदिशों $(\vec{a} - \vec{b})$ तथा $(\vec{c} - \vec{b})$ दोनों के लंबवत् एकक सदिश ज्ञात कीजिए ।

30. किन्हीं अवरोधों के निकाय द्वारा बने सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु (0, 0), (5, 0), (3, 4) तथा (0, 5) हैं । माना $Z = ax + by$, $a, b > 0$ है, तो a तथा b के बीच का वह संबंध ज्ञात कीजिए ताकि Z का अधिकतम मान दोनों बिंदुओं (3, 4) तथा (0, 5) पर हो ।

31. (a) पासों के एक जोड़े को तीन बार उछालने पर आने वाले द्विकों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) यदि E तथा F ऐसी दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं कि P(E) = p, P(F) = 2p तथा P(E तथा F में मात्र एक) = $\frac{5}{9}$ है; तो p का मान ज्ञात कीजिए ।

collegebatch.com

27. (a) Find : $\int \frac{x^2 - x + 1}{(x-1)(x^2+1)} \, dx$

OR

(b) Evaluate : $\int_1^4 (|x| + |3 - x|) \, dx$

28. (a) Find the particular solution of the differential equation, $\frac{dy}{dx} = 1 + x^2 + y^2 + x^2y^2$, given that y = 1 when $x = 0$.

OR

(b) Solve the differential equation : $2xy\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$.

29. If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$, then find a unit vector perpendicular to both the vectors $(\vec{a} - \vec{b})$ and $(\vec{c} - \vec{b})$.

30. The corner points of the feasible region determined by some system of linear inequations, are (0, 0), (5, 0), (3, 4) and (0, 5). Let $Z = ax + by$, where a, b > 0. Find the condition on a and b so that the maximum of Z occurs at both points (3, 4) and (0, 5).

31. (a) Find the probability distribution of the number of doublets in three throws of a pair of dice.

OR

(b) If E and F are two independent events with P(E) = p, P(F) = 2p and P(exactly one of E, F) = $\frac{5}{9}$, then find the value of p.

collegebatch.com

खण्ड – घ

इस खण्ड में **4** दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **5** अंक हैं ।

32. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए । A^{-1} के प्रयोग से समीकरण निकाय

$2x - 3y + 5z = 11$

$3x + 2y - 4z = -5$

$x + y - 2z = -3$ का हल ज्ञात कीजिए ।

33. (a) $x^{\sin x} + (\sin x)^x$ का x के सापेक्ष अवकलित कीजिए ।

अथवा

(b) यदि $y = x + \tan x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\cos^2 x \frac{d^2y}{dx^2} - 2y + 2x = 0$$

34. रेखा $x = a$, वक्र $x = y^2$ तथा $x = 4$ के बीच के क्षेत्र को दो समान भागों में बाँटती है । a का मान ज्ञात कीजिए ।

35. (a) $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ तथा

$\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k})$ द्वारा

दर्शाई गई सरल रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) बिंदु P(5, 4, 2) से रेखा $\vec{r} = -\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$ पर डाले गए लंब के पाद बिंदु के निर्देशांक तथा इस लंब की लंबाई ज्ञात कीजिए ।

collegebatch.com

SECTION – D

This section consists of **4** long answer type questions, each of **5** marks.

32. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, then find A^{-1}. Using A^{-1}, solve the system of equations :

$2x - 3y + 5z = 11$

$3x + 2y - 4z = -5$

$x + y - 2z = -3$

33. (a) Differentiate $x^{\sin x} + (\sin x)^x$ w.r.t. x.

OR

(b) If $y = x + \tan x$, then prove that

$$\cos^2 x \frac{d^2y}{dx^2} - 2y + 2x = 0$$

34. The region enclosed between $x = y^2$ and $x = 4$ is divided into two equal parts by the line $x = a$. Find the value of a.

35. (a) Find the shortest distance between the lines given by

$\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k})$

OR

(b) Find the coordinates of the foot of the perpendicular and the length of the perpendicular drawn from the point P(5, 4, 2) to the line $\vec{r} = -\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$.

collegebatch.com

खण्ड – ङ

इस खण्ड में **3** प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं।

36. एक वास्तुकार किसी कम्पनी के लिए एक भवन का निर्माण करता है। नीचे की मंजिल की खिड़की का डिजाइन, अन्य मंजिलों से अलग है। यह खिड़की एक आयत के आकार की है जिसकी ऊपर की ओर वाली लंबाई पर एक अर्धवृत्त अध्यारोपित है। इस खिड़की का परिमाप 10 m है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

(i) यदि खिड़की के आयताकार भाग की लंबाई व चौड़ाई $2x$ तथा 2y द्वारा निरूपित की जाए, तो x तथा y में संबंध निर्धारित कीजिए।

(ii) x के पदों में खिड़की का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iii) (a) खिड़की के अधिकतम क्षेत्रफल के लिए x तथा y के मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(iii) (b) यदि आयत की लंबाई व चौड़ाई क्रमशः x तथा y द्वारा निरूपित की जाए, तो x के पदों में खिड़की का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

37. 60 विद्यार्थियों की एक कक्षा में विद्यार्थी 3 श्रेणियों के हैं : A : वह जो कठिन परिश्रम करते हैं, B : वह जो नियमित हैं, परन्तु अधिक कठिन परिश्रमी नहीं हैं, C : लापरवाह तथा अनियमित। यह ज्ञात है कि श्रेणी A में 6 विद्यार्थी, श्रेणी B में 26 विद्यार्थी तथा शेष विद्यार्थी श्रेणी C में हैं। यह भी पाया गया कि श्रेणी A के विद्यार्थियों के अंतिम वार्षिक परीक्षा में अच्छे अंक न ले पाने की प्रायिकता 0.002 है, जबकि श्रेणी B की यह प्रायिकता 0.02 तथा श्रेणी C की यह प्रायिकता 0.20 है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

(i) यादृच्छया चुने गए एक विद्यार्थी के अंतिम परीक्षा में अच्छे अंक न प्राप्त कर सकने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। **2**

(ii) यादृच्छया चुना गया विद्यार्थी वह पाया गया जो वार्षिक परीक्षा में अच्छे अंक नहीं प्राप्त कर सका। इस विद्यार्थी के श्रेणी A के न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। **2**

collegebatch.com

SECTION – E

In this section there are **3** case-study based questions of **4** marks each.

36. An architect designs a building for a Company. The design of window on the ground floor is proposed to be different than at the other floors. The window is in the shape of a rectangle whose top length is surmounted by a semi-circular opening. This window has a perimeter of 10 m.

Based on the above information, answer the following :

(i) If $2x$ and $2y$ represent the length and breadth of the rectangular portion of the window, then establish a relation between x and y.

(ii) Find the total area of the window in terms of x.

(iii) (a) Find the values of x and y for the maximum area of the window.

OR

(iii) (b) If x and y represent the length and breadth of the rectangle, then establish the expression for the area of the window in terms of x only.

37. There are three categories of students in a class of 60 students : A : Very hardworking students, B : Regular but not so hard working, C : Careless and irregular students. It is known that 6 students in category A, 26 in category B and the rest in category C. It is also found that probability of students of category A, unable to get good marks in the final year examination, is 0.002, of category B it is 0.02 and of category C, this probability is 0.20.

Based on the above information, answer the following :

(i) Find the probability that a student selected at random is unable to get good marks in the final examination. **2**

(ii) A student selected at random was found to be one who could not get good marks in the final examination. Find the probability, that this student is NOT of category A. **2**

collegebatch.com

38. कक्षा XII के एक छात्र राजेश ने अपने परिवार के साथ एक प्रदर्शिनी देखी । वहाँ उसने एक बहुत बड़ा झूला देखा जो कि एक परवलय $y = x^2$ के पथ के प्रकार से झूल रहा था । उसके मन में यह प्रश्न आए, इन प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) माना $f : R \to R$, $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन है । ज्ञात कीजिए कि क्या f एक एकैकी फलन है ।

(ii) माना $f : R \to R$, $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन है । ज्ञात कीजिए कि क्या f एक आच्छादक फलन है ।

(iii) (a) माना $f : N \to N$, $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन है । ज्ञात कीजिए कि क्या f एक एकैकी फलन है । यह भी ज्ञात कीजिए कि क्या f एक आच्छादक फलन है ।

अथवा

(iii) (b) माना $f : N \to \{1, 4, 9, 16, ...\}$, $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन है । ज्ञात कीजिए कि क्या f एक एकैकी फलन है । यह भी ज्ञात कीजिए कि क्या यह एक आच्छादक फलन है ।

---

collegebatch.com

✡ ✡

38. Rajesh, a student of Class-XII, visited an exhibition with his family. There he saw a huge swing and found that it traced the path of a parabola $y = x^2$. The following questions came to his mind. Answer the questions :

(i) Let $f : R \rightarrow R$ be a function defined as $f(x) = x^2$. Find whether f is one-one function.

(ii) Let $f : R \rightarrow R$ be defined as $f(x) = x^2$. Find whether f is an onto function.

(iii) (a) Let $f : N \rightarrow N$ be defined as $f(x) = x^2$. Find whether f is one-one function. Also, find if it is an onto function.

OR

(iii) (b) Let $f : N \rightarrow \{1, 4, 9, 16, ...\}$ defined as $f(x) = x^2$, find where f is one-one function. Also, find if it is an onto function.

collegebatch.com