collegebatch.com

Series &RQPS

Set – 5

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65(B)**

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **23** printed pages.*
- *Please check that this question paper contains **38** questions.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

गणित

(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे — *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours — *Maximum Marks : 80*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

*(i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

*(ii) यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

*(iii) **खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं ।*

*(iv) **खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं ।*

*(v) **खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं ।*

*(vi) **खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं ।*

*(vii) **खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।

*(ix) कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ है, तो x का वह मान, जिसके लिए A एक तत्समक आव्यूह है, है :

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π

(C) 0 (D) $\frac{3\pi}{2}$

collegebatch.com

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$, then the value of x, for which A is an identity matrix, is

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π

(C) 0 (D) $\frac{3\pi}{2}$

2. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -7 \\ a & 0 & 3 \\ b & -3 & 0 \end{bmatrix}$ एक विषम-सममित आव्यूह है, तो 'a' तथा 'b' के मान हैं :

(A) a = 5, b = 3
(B) a = 5, b = – 7
(C) a = – 5, b = – 7
(D) a = – 5, b = 7

3. यदि $\begin{vmatrix} x+2 & x-4 \\ x-2 & x+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ है, तो x का मान है :

(A) 1
(B) 2
(C) – 2
(D) – 1

4. यदि $\begin{bmatrix} 8 & 14 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X$ है, तो आव्यूह X है :

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$
(B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$
(D) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

5. k का वह मान जिसके लिए $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{3}\cos x + \sin x}{3x + \dfrac{\pi}{2}}, & x \neq -\dfrac{\pi}{3} \\ k, & x = -\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$

$x = -\frac{\pi}{3}$ पर संतत है, है :

(A) $\frac{2}{3}$
(B) $-\frac{2}{3}$
(C) $\frac{3}{2}$
(D) 6

2. If the matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -7 \\ a & 0 & 3 \\ b & -3 & 0 \end{bmatrix}$ is a skew-symmetric matrix, then the values of 'a' and 'b' are :

(A) $a = 5, b = 3$ (B) $a = 5, b = -7$

(C) $a = -5, b = -7$ (D) $a = -5, b = 7$

3. If $\begin{vmatrix} x+2 & x-4 \\ x-2 & x+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$, then the value of x is :

(A) 1 (B) 2

(C) -2 (D) -1

4. If $\begin{bmatrix} 8 & 14 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X$, then matrix X is :

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

5. The value of k, for which $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{3}\cos x + \sin x}{3x + \dfrac{\pi}{2}}, & x \neq -\dfrac{\pi}{3} \\ k, & x = -\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$

is continuous at $x = -\dfrac{\pi}{3}$, is :

(A) $\dfrac{2}{3}$ (B) $-\dfrac{2}{3}$

(C) $\dfrac{3}{2}$ (D) 6

6. माना $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ ऐसे सदिश हैं कि $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ तथा $|\vec{b}| = \frac{2}{\sqrt{3}}$ है, तो $\vec{a} \times \vec{b}$ के मात्रक सदिश होने के लिए, $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण है :

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

7. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ हैं, तो $(\vec{c} - \vec{b})$ का $\vec{a}$ की दिशा में प्रक्षेप है :

(A) 15 (B) 5

(C) $\frac{2}{3}$ (D) 1

8. रेखाओं $\frac{x+1}{2} = \frac{2-y}{-5} = \frac{z}{4}$ तथा $\frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{5-z}{3}$ के बीच का कोण है :

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

9. एक सरल रेखा के कार्तीय समीकरण निम्न रूप में प्रदत्त हैं :

$$6x - 2 = 3y + 1 = 2z - 2$$

इस रेखा के दिक्-अनुपात हैं :

(A) 2, – 1, 3 (B) 1, – 2, – 3

(C) 1, 2, 3 (D) 3, 1, 2

10. असमिका $2x + 3y < 6$ का हल समुच्चय है :

(A) खुला अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु सम्मिलित नहीं है

(B) रेखा $2x + 3y = 6$ पर स्थित बिंदुओं को छोड़कर शेष पूर्ण xy-तल

(C) खुला अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु भी सम्मिलित है

(D) अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु तथा रेखा $2x + 3y = 6$ पर स्थित बिंदु हैं

6. Let the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ be such that $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ and $|\vec{b}| = \frac{2}{\sqrt{3}}$, then $\vec{a} \times \vec{b}$ is a unit vector, if the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is :

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

7. If $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$, then the projection of $(\vec{c} - \vec{b})$ along $\vec{a}$ is :

(A) 15 (B) 5

(C) $\frac{2}{3}$ (D) 1

8. The angle between the lines

$$\frac{x+1}{2} = \frac{2-y}{-5} = \frac{z}{4} \text{ and } \frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{5-z}{3} \text{ is :}$$

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

9. The Cartesian equations of a line are given as

$$6x - 2 = 3y + 1 = 2z - 2$$

The direction ratios of the line are :

(A) 2, – 1, 3 (B) 1, – 2, – 3

(C) 1, 2, 3 (D) 3, 1, 2

10. The solution set of the inequation $2x + 3y < 6$ is :

(A) open half-plane not containing origin

(B) whole xy-plane except the points lying on the line $2x + 3y = 6$

(C) open half-plane containing origin

(D) half-plane containing the origin and the points lying on the line $2x + 3y = 6$

11. व्यवरोधों $x \geq 0$, $y \geq 0$ तथा $4x + 3y \leq 12$ के अंतर्गत उद्देश्य फलन $z = 3x + 5y$ का अधिकतम मान है :

(A) 15 (B) 29

(C) 9 (D) 20

12. यदि बिंदु A(3, – 2), B(k, 2) तथा C(8, 8) संरेख हैं, तो k का मान है :

(A) 2 (B) – 3

(C) 5 (D) – 4

13. यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ ऐसे मात्रक सदिश हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$ का मान है :

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{3}{2}$

14. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ बराबर है :

(A) $\cot x + \tan x + c$ (B) $-\cot x + \tan x + c$

(C) $\cot x - \tan x + c$ (D) $-\cot x - \tan x + c$

15. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 1 - x + y - xy$ का हल है :

(A) $\log |1 + y| = x - \frac{x^2}{2} + c$ (B) $\log |1 + y| = -x + \frac{x^2}{2} + c$

(C) $e^y = x - \frac{x^2}{2} + c$ (D) $e^{(1+y)} = -x + \frac{x^2}{2} + c$

11. The maximum value of the objective function $z = 3x + 5y$ subject to the constraints $x \geq 0$, $y \geq 0$ and $4x + 3y \leq 12$ is :

(A) 15 (B) 29

(C) 9 (D) 20

12. If the points A(3, – 2), B(k, 2) and C(8, 8) are collinear, then the value of k is :

(A) 2 (B) – 3

(C) 5 (D) – 4

13. If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are unit vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$ is equal to :

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{3}{2}$

14. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ is equal to :

(A) $\cot x + \tan x + c$ (B) $-\cot x + \tan x + c$

(C) $\cot x - \tan x + c$ (D) $-\cot x - \tan x + c$

15. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = 1 - x + y - xy$ is :

(A) $\log |1 + y| = x - \frac{x^2}{2} + c$ (B) $\log |1 + y| = -x + \frac{x^2}{2} + c$

(C) $e^y = x - \frac{x^2}{2} + c$ (D) $e^{(1+y)} = -x + \frac{x^2}{2} + c$

16. अवकल समीकरण $x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + y\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^5 = 0$ की घात है :

(A) 2 (B) 3

(C) 4 (D) 5

17. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \tan x = 2x + x^2 \tan x$ का समाकलन गुणक है :

(A) $e^{\sec x}$ (B) $\sec x + \tan x$

(C) $\sec x$ (D) $\cos x$

18. A, B तथा C की किसी समस्या को हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ तथा $\frac{1}{6}$ हैं । समस्या हल हो जाने की प्रायिकता है :

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{5}{9}$

(C) $\frac{1}{90}$ (d) $\frac{1}{3}$

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

16. The degree of the differential equation

$$x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + y\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^5 = 0 \text{ is :}$$

(A) 2 (B) 3

(C) 4 (D) 5

17. The integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \tan x = 2x + x^2 \tan x$ is :

(A) $e^{\sec x}$ (B) $\sec x + \tan x$

(C) $\sec x$ (D) $\cos x$

18. The probabilities of A, B and C solving a problem are $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ and $\frac{1}{6}$ respectively. The probability that the problem is solved, is :

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{5}{9}$

(C) $\frac{1}{90}$ (D) $\frac{1}{3}$

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *अभिकथन (A) :* $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$

तर्क (R) : $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20. *अभिकथन (A) :* यदि एक वर्ग की भुजा 0·2 cm/s की दर से बढ़ रही है, तो इसके परिमाप के बढ़ने की दर 0·8 cm/s है ।

तर्क (R) : वर्ग का परिमाप = 4 (भुजा) ।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।

21. (क) $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) फलन $y = \cos^{-1}(x^2 - 4)$ का प्रांत ज्ञात कीजिए ।

22. (क) $\cot^{-1}(\sqrt{1 + x^2} + x)$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए ।

अथवा

(ख) यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

23. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$

(क) निरंतर वर्धमान है (ख) निरंतर ह्रासमान है ।

19. *Assertion (A) :* $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$

Reason (R) : $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20. *Assertion (A) :* If the side of a square is increasing at the rate of 0·2 cm/s, then the rate of increase of its perimeter is 0·8 cm/s.

Reason (R) : Perimeter of a square = 4 (side).

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Find the value of $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$.

OR

(b) Find the domain of the function $y = \cos^{-1}(x^2 - 4)$.

22. (a) Differentiate $\cot^{-1}(\sqrt{1+x^2} + x)$ w.r.t. x.

OR

(b) If $(\cos x)^y = (\cos y)^x$, find $\frac{dy}{dx}$.

23. Find the intervals on which the function $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$ is (a) strictly increasing (b) strictly decreasing.

collegebatch.com

24. दर्शाइए कि एक दिए गए वृत्त के अंतर्गत खींचे गए सभी आयतों में, वर्ग का क्षेत्रफल अधिकतम होता है ।

25. ज्ञात कीजिए :

$$\int \operatorname{cosec}^3 (3x+1) \cot (3x+1)\, dx$$

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है ।

26. यदि $x = a \cos \theta$ तथा $y = b \sin \theta$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b^4}{a^2y^3}.$$

27. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2+3)}\, dx$$

28. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-6}^{6} |x+2|\, dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\frac{4-x}{x^5}\right) e^x\, dx$$

24. Show that of all rectangles inscribed in a given circle, the square has the maximum area.

25. Find :

$$\int \operatorname{cosec}^3 (3x + 1) \cot (3x + 1) \, dx$$

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. If $x = a \cos \theta$ and $y = b \sin \theta$, then prove that $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -\dfrac{b^4}{a^2y^3}$.

27. Find :

$$\int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)} \, dx$$

28. (a) Evaluate :

$$\int_{-6}^{6} |x + 2| \, dx$$

OR

(b) Find :

$$\int \left(\frac{4 - x}{x^5}\right) e^x \, dx$$

collegebatch.com

29. (क) अवकल समीकरण $2xy \frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $y(1) = 0$.

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$ को हल कीजिए, दिया गया है कि $y = 0$ है, जब $x = \frac{\pi}{3}$ है ।

30. रैखिक व्यवरोधों के निकाय द्वारा निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु A(0, 40), B(20, 40), C(60, 20) तथा D(60, 0) द्वारा प्रदत्त हैं । L.P.P. का उद्देश्य फलन $z = 4x + 3y$ है । सुसंगत क्षेत्र के वे बिंदु ज्ञात कीजिए जहाँ उद्देश्य फलन का मान अधिकतम व न्यूनतम है । अत: यह अधिकतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

31. (क) ताश की 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्डी में से यादृच्छया एक पत्ता निकाला गया । घटनाएँ A तथा B निम्न प्रकार से परिभाषित हैं :

A : एक ईंट का पत्ता प्राप्त करना

B : एक बेगम वाला पत्ता प्राप्त करना

ज्ञात कीजिए कि क्या A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं या नहीं ।

अथवा

(ख) पासों के एक युग्म को 3 बार उछालने पर द्विकों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए ।

29. (a) Find the particular solution of the differential equation $2xy \dfrac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$, given that $y(1) = 0$.

OR

(b) Solve the differential equation $\dfrac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, given that $y = 0$, when $x = \dfrac{\pi}{3}$.

30. The corner points of the feasible region determined by the system of linear constraints are A(0, 40), B(20, 40), C(60, 20) and D(60, 0). The objective function of the L.P.P. is $z = 4x + 3y$. Find the point of the feasible region at which the value of objective function is maximum and the point at which the value is minimum. Hence, find the maximum and the minimum values.

31. (a) A card is randomly drawn from a well-shuffled pack of 52 playing cards. Events A and B are defined as under :

A : Getting a card of diamond

B : Getting a queen

Determine whether the events A and B are independent or not.

OR

(b) Find the probability distribution of the number of doublets in three throws of a pair of dice.

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है ।

32. (क) माना $A = \{x \mid x \in Z,\ 0 \le x \le 12\}$ है । दर्शाइए कि संबंध $R = \{(a, b) : a, b \in A, (a - b), 4$ से भाज्य है$\}$ एक तुल्यता संबंध है । 2 से संबंधित अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) माना $A = \mathbb{R} - \{4\}$ तथा $B = \mathbb{R} - \{1\}$ है तथा फलन $f : A \to B$, इस प्रकार परिभाषित है कि सभी $x \in A$ के लिए $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$ है । दर्शाइए कि f एकैकी तथा आच्छादक है ।

33. आव्यूहों के प्रयोग से, निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$3x + 4y + 2z = 8 ;\ \ 2y - 3z = 3 ;\ \ x - 2y + 6z = -2$$

34. समाकलन के प्रयोग से $y = x^2,\ x = -1,\ x = 1$ तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

35. (क) रेखाओं $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ तथा $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के सदिश समीकरण लिखिए । अत: इनके बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) बिंदु P(5, 9, 3) से रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ पर खींचे गए लंब की लम्बाई तथा पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए । बिंदु P के दी गई रेखा में प्रतिबिम्ब के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए ।

SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Let A = $\{x \mid x \in Z, 0 \le x \le 12\}$. Show that the relation R = $\{(a, b) : a, b \in A, (a - b)$ is divisible by $4\}$ is an equivalence relation. Find the set of elements related to 2.

OR

(b) Let $A = \mathbb{R} - \{4\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$ and let function $f : A \to B$ be defined as $f(x) = \dfrac{x-3}{x-4}$ for $\forall\, x \in A$. Show that f is one-one and onto.

33. Using matrices, solve the following system of linear equations :

$$3x + 4y + 2z = 8\ ;\ \ 2y - 3z = 3\ ;\ \ x - 2y + 6z = -2$$

34. Using integration, find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$, $x = -1$, $x = 1$ and the x-axis.

35. (a) Write the vector equations of the following lines and hence find the shortest distance between them :

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

OR

(b) Find the length and the coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point P(5, 9, 3) to the line $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{4}$. Also, find the coordinates of the image of the point P in the given line.

collegebatch.com

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. सूर्य के प्रकाश के संपर्क का पौधे की ऊँचाई (y, सेमी में) के साथ संबंध $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$ द्वारा नियंत्रित है, जहाँ x प्रकाश के संपर्क में आने वाले दिनों की संख्या है ।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) पौधे की सूर्य के प्रकाश के सापेक्ष वृद्धि दर ज्ञात कीजिए । *1*

(ii) पौधे को अधिकतम ऊँचाई तक की वृद्धि में कितने दिन लगेंगे ? *2*

(iii) पौधे की अधिकतम ऊँचाई क्या है ? *1*

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. The relation between the height of the plant (y in cm) with respect to exposure to sunlight is governed by the relation $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$, where x is the number of days it is exposed to sunlight.

Based on the above, answer the following questions :

(i) Find the rate of growth of the plant with respect to sunlight. *1*

(ii) What is the number of days it will take for the plant to grow to the maximum height ? *2*

(iii) What is the maximum height of the plant ? *1*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. दो क्लबों P तथा Q में एक क्रिकेट मैच रखा गया जिसमें प्रत्येक क्लब से एक-एक टीम चुनी गई । क्लब P और क्लब Q के बचे हुए खिलाड़ी क्रमश: AB तथा CD रेखाओं में बिठाए गए जहाँ बिंदु A, B, C तथा D इस प्रकार हैं : $A(3, 4, 0), B(5, 3, 3), C(6, -4, 1)$ तथा $D(13, -5, -4)$ ।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) सदिश $\overrightarrow{AB}$ के दिक्-अनुपात लिखिए । *1*

(ii) $\overrightarrow{CD}$ की दिशा में एक मात्रक सदिश लिखिए । *1*

(iii) (क) सदिशों $\overrightarrow{AB}$ तथा $\overrightarrow{CD}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) $\overrightarrow{AB}$ तथा $\overrightarrow{CD}$ दोनों के लंबवत् एक सदिश लिखिए । *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक कोच 3 खिलाड़ियों को प्रशिक्षण दे रहा है । उसने यह पाया कि खिलाड़ी A किसी लक्ष्य को 5 शॉट में 4 बार भेद कर सकता है, खिलाड़ी B, 4 शॉट में 3 बार भेद कर सकता है और खिलाड़ी C, 3 शॉट में 2 बार भेद कर सकता है ।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) तीनों खिलाड़ियों के लक्ष्य को न भेद पाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *1*

(ii) तीनों के एक साथ लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) तीनों में से केवल एक के लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) तीनों में से ठीक दो के लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *2*

Case Study – 2

37. A cricket match is organised between two clubs P and Q for which a team from each club is chosen. Remaining players of club P and club Q are respectively sitting along the lines AB and CD, where the points are A(3, 4, 0), B(5, 3, 3), C(6, – 4, 1) and D(13, – 5, – 4).

Based on the above, answer the following questions :

(i) Write the direction ratios of vector $\overrightarrow{AB}$. *1*

(ii) Write a unit vector in the direction of $\overrightarrow{CD}$. *1*

(iii) (a) Find the angle between vectors $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{CD}$. *2*

OR

(iii) (b) Write a vector perpendicular to both $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{CD}$. *2*

Case Study – 3

38. A coach is training 3 players. He observes that player A can hit a target 4 times in 5 shots, player B can hit 3 times in 4 shots and player C can hit 2 times in 3 shots.

Based on the above, answer the following questions :

(i) Find the probability that all three players miss the target. *1*

(ii) Find the probability that all of them hit the target. *1*

(iii) (a) Find the probability that only one of them hits the target. *2*

OR

(iii) (b) Find the probability that exactly two of them hit the target. *2*