collegebatch.com

Series Q5QPS/5

Set – 2

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/5/2**

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **23** printed pages.*
- *Please check that this question paper contains **38** questions.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

गणित
MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे
Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80
Maximum Marks : 80

collegebatch.com

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में कुल 38 प्रश्न हैं।* ***सभी*** *प्रश्न* ***अनिवार्य*** *हैं।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र* ***पाँच*** *खण्डों में विभाजित है – खण्ड-****क, ख, ग, घ*** *एवं* ***ङ*** *।*

(iii) *खण्ड –* ***क*** *में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं।*

(iv) *खण्ड –* ***ख*** *में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं।*

(v) *खण्ड –* ***ग*** *में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं।*

(vi) *खण्ड –* ***घ*** *में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं।*

(vii) *खण्ड –* ***ङ*** *में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड –* ***ख*** *के 2 प्रश्नों में, खण्ड –* ***ग*** *के 3 प्रश्नों में, खण्ड –* ***घ*** *के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड-****ङ*** *के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग* ***वर्जित*** *है।*

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This Question paper contains* ***38*** *questions.* ***All*** *questions are* **compulsory**.

(ii) *Question paper is divided into* ***FIVE*** *Sections – Section* ***A, B,*** *C,* ***D*** *and* ***E****.*

(iii) *In* **Section** ***A*** *– Questions Number* ***1*** *to* ***18*** *are Multiple Choice Questions (MCQs) type and Questions Number* ***19 & 20*** *are Assertion-Reason based questions of* ***1*** *mark each.*

(iv) *In* **Section** ***B*** *– Questions Number* ***21*** *to* ***25*** *are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying* ***2*** *marks each.*

(v) *In* **Section** ***C*** *– Questions Number* ***26*** *to* ***31*** *are Short Answer (SA) type questions, carrying* ***3*** *marks each.*

(vi) *In* **Section** ***D*** *– Questions Number* ***32*** *to* ***35*** *are Long Answer (LA) type questions, carrying* ***5*** *marks each.*

(vii) *In* **Section** ***E*** *– Questions Number* ***36*** *to* ***38*** *are case study based questions, carrying* ***4*** *marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in* ***2*** *questions in Section –* ***B,*** ***3*** *questions in Section –* ***C,*** *2 questions in Section –* ***D*** *and* ***2*** *questions in Section –* ***E****.*

(ix) *Use of calculators is* ***NOT*** *allowed.*

collegebatch.com

खण्ड – क

इस खण्ड में **20** बहुविकल्पी प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक **1** अंक का है ।

1. $e^{\sin^2 x}$ का $\cos x$ के सापेक्ष अवकलज है :

   (A) $\sin x \, e^{\sin^2 x}$
   (B) $\cos x \, e^{\sin^2 x}$
   (C) $-2 \cos x \, e^{\sin^2 x}$
   (D) $-2 \sin^2 x \cos x \, e^{\sin^2 x}$

2. यदि A कोटि 2 का एक वर्ग आव्यूह है तथा $|A| = -2$ है, तो $|5A'|$ का मान है :

   (A) -50
   (B) -10
   (C) 10
   (D) 50

3. फलन $f(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{2}{x}$ का स्थानीय निम्नतम x के जिस मान पर है, वह है :

   (A) 2
   (B) 1
   (C) 0
   (D) -2

4. एक वक्र $y = 7x - x^3$ प्रदत्त है तथा x, 2 इकाई प्रति से. की दर से बढ़ रहा है । वक्र की ढाल के बदलने की दर, जब $x = 5$ है, है

   (A) – 60 इकाई/से.
   (B) 60 इकाई/से.
   (C) – 70 इकाई/से.
   (D) – 140 इकाई/से.

5. आव्यूह P तथा Q का गुणनफल एक विकर्ण आव्यूह है । यदि आव्यूह Q की कोटि 3×2 है, तो आव्यूह P की कोटि है :

   (A) 2×2
   (B) 3×3
   (C) 2×3
   (D) 3×2

6. $f(x) = x^2 - 4x + 5$ द्वारा परिभाषित फलन $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

   (A) एकैकी है, परन्तु आच्छादक नही है ।
   (B) आच्छादक है, परन्तु एकैकी नहीं है ।
   (C) एकैकी तथा आच्छादक दोनों हैं ।
   (D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक है ।

SECTION – A

This section has **20** multiple choice questions of **1** mark each.

1. Derivative of $e^{\sin^2 x}$ with respect to $\cos x$ is :

(A) $\sin x\, e^{\sin^2 x}$ (B) $\cos x\, e^{\sin^2 x}$

(C) $-2 \cos x\, e^{\sin^2 x}$ (D) $-2 \sin^2 x \cos x\, e^{\sin^2 x}$

2. If A is a square matrix of order 2 and $|A| = -2$, then value of $|5A'|$ is :

(A) –50 (B) –10

(C) 10 (D) 50

3. The function $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ has a local minima at x equal to :

(A) 2 (B) 1

(C) 0 (D) –2

4. Given a curve $y = 7x - x^3$ and x increases at the rate of 2 units per second. The rate at which the slope of the curve is changing, when $x = 5$ is :

(A) –60 units/sec (B) 60 units/sec

(C) –70 units/sec (D) –140 units/sec

5. The product of matrix P and Q is equal to a diagonal matrix. If the order of matrix Q is 3×2, then order of matrix P is :

(A) 2×2 (B) 3×3

(C) 2×3 (D) 3×2

6. A function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ defined as $f(x) = x^2 - 4x + 5$ is :

(A) injective but not surjective. (B) surjective but not injective.

(C) both injective and surjective. (D) neither injective nor surjective.

7. यदि $\sin(xy) = 1$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

(A) $\frac{x}{y}$

(B) $-\frac{x}{y}$

(C) $\frac{y}{x}$

(D) $-\frac{y}{x}$

8. यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & \lambda & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ है, तो λ का मान है :

(A) –4

(B) 1

(C) 3

(D) 4

9. यदि $A = [a_{ij}]$ एक 2×2 आव्यूह है, जिसमें $a_{ij} = \text{maximum } (i, j) - \text{minimum } (i, j)$ द्वारा प्रदत्त हैं, तो आव्यूह A^2 है :

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

10. यदि A, कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है तथा $|\text{adj} \cdot A| = 8$ है, तो $|A^T|$ का मान है :

(A) $\sqrt{2}$

(B) $-\sqrt{2}$

(C) 8

(D) $2\sqrt{2}$

11. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot\theta \, \text{cosec}^2\theta \, d\theta$ का मान है :

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) 0

(D) $-\frac{\pi}{8}$

collegebatch.com

7. If $\sin(xy) = 1$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to :

(A) $\frac{x}{y}$ (B) $-\frac{x}{y}$

(C) $\frac{y}{x}$ (D) $-\frac{y}{x}$

8. If inverse of matrix $\begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ is the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & \lambda & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then value of λ is :

(A) –4 (B) 1

(C) 3 (D) 4

9. Find the matrix A^2, where $A = [a_{ij}]$ is a 2×2 matrix whose elements are given by a_{ij} = maximum (i, j) – minimum (i, j) :

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

10. If A is a square matrix of order 3 such that the value of $|\text{adj} \cdot A| = 8$, then the value of $|A^T|$ is :

(A) $\sqrt{2}$ (B) $-\sqrt{2}$

(C) 8 (D) $2\sqrt{2}$

11. The value of $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot\theta \operatorname{cosec}^2\theta \, d\theta$ is :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$

(C) 0 (D) $-\frac{\pi}{8}$

12. समाकलन $\int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{6}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$

(B) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$

(C) $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$

(D) $\frac{3}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$

13. वक्र $y^2 = 4x$ तथा $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{8}{3}$

(C) $\frac{64}{3}$

(D) $\frac{32}{3}$

14. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ का व्यापक हल है :

(A) $e^x + e^{-y} = c$

(B) $e^{-x} + e^{-y} = c$

(C) $e^{x+y} = c$

(D) $2e^{x+y} = c$

15. रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}$ द्वारा Y-अक्ष की धनात्मक दिशा से बनाया गया कोण है :

(A) $\frac{5\pi}{6}$

(B) $\frac{3\pi}{4}$

(C) $\frac{5\pi}{4}$

(D) $\frac{7\pi}{4}$

16. बिंदु (1, –3, 2) से होकर जाने वाली तथा रेखा $\vec{r} = (2+\lambda)\hat{i} + \lambda\hat{j} + (2\lambda - 1)\hat{k}$ के समांतर एक रेखा का कार्तीय समीकरण है :

(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-2}{-1}$

(B) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{2}$

(C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-1}$

(D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{2}$

12. The integral $\int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$ is equal to :

(A) $\frac{1}{6}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$

(B) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$

(C) $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$

(D) $\frac{3}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)+c$

13. The area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and $x = 1$ is :

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{8}{3}$

(C) $\frac{64}{3}$

(D) $\frac{32}{3}$

14. The general solution of the differential equation

$\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ is :

(A) $e^x + e^{-y} = c$

(B) $e^{-x} + e^{-y} = c$

(C) $e^{x+y} = c$

(D) $2e^{x+y} = c$

15. The angle which the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}$ makes with the positive direction of Y-axis is :

(A) $\frac{5\pi}{6}$

(B) $\frac{3\pi}{4}$

(C) $\frac{5\pi}{4}$

(D) $\frac{7\pi}{4}$

16. The Cartesian equation of the line passing through the point (1, –3, 2) and parallel to the line :

$\vec{r} = (2 + \lambda)\hat{i} + \lambda\hat{j} + (2\lambda - 1)\hat{k}$ is

(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-2}{-1}$

(B) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{2}$

(C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-1}$

(D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{2}$

collegebatch.com

17. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$, तब :

(A) $A \subset B$, परन्तु $A \neq B$ (B) $A = B$

(C) $A \cap B = \phi$ (D) $P(A) = P(B)$

18. $\vec{p}$ तथा $\vec{q}$ क्रमशः बिंदुओं P तथा Q के स्थिति सदिश हैं । बिंदु R रेखाखण्ड PQ को 3 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है तथा बिंदु S रेखाखण्ड PR का मध्य बिंदु है । S का स्थिति सदिश है :

(A) $\dfrac{\vec{p} + 3\vec{q}}{4}$ (B) $\dfrac{\vec{p} + 3\vec{q}}{8}$

(C) $\dfrac{5\vec{p} + 3\vec{q}}{4}$ (D) $\dfrac{5\vec{p} + 3\vec{q}}{8}$

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

निर्देश : प्रश्न **19** तथा **20** प्रत्येक में एक अभिकथन (A) के बाद एक तर्क (R) दिया गया है । निम्न विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

(A) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सत्य हैं । तर्क (R) अभिकथन (A) की व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सत्य हैं । तर्क (R) अभिकथन (A) की व्याख्या नहीं करता ।

(C) अभिकथन (A) सत्य है, परन्तु तर्क (R) असत्य है ।

(D) अभिकथन (A) असत्य है, जबकि तर्क (R) सत्य है ।

19. **अभिकथन (A)** : सदिश

$\vec{a} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$

$\vec{b} = 10\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$ तथा

$\vec{c} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$

एक समकोण त्रिभुज की भुजाओं को निरूपित करते हैं ।

तर्क (R) : तीन शून्येतर सदिश जिनमें से कोई दो संरेख नहीं हैं, एक त्रिभुज बनाते हैं, यदि उनका परिणाम शून्य सदिश हो अथवा किन्हीं दो सदिशों का योग तीसरे सदिश के समान हो ।

17. If A and B are events such that $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$, then :

(A) $A \subset B$, but $A \neq B$ (B) $A = B$

(C) $A \cap B = \phi$ (D) $P(A) = P(B)$

18. The position vectors of points P and Q are $\vec{p}$ and $\vec{q}$ respectively. The point R divides line segment PQ in the ratio 3 : 1 and S is the mid-point of line segment PR. The position vector of S is :

(A) $\dfrac{\vec{p} + 3\vec{q}}{4}$ (B) $\dfrac{\vec{p} + 3\vec{q}}{8}$

(C) $\dfrac{5\vec{p} + 3\vec{q}}{4}$ (D) $\dfrac{5\vec{p} + 3\vec{q}}{8}$

Assertion – Reason Based Questions

Direction : In questions numbers **19** and **20**, two statements are given one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the following options :

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. **Assertion (A) :** The vectors

$$\vec{a} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\vec{b} = 10\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$$

$$\vec{c} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

represent the sides of a right angled triangle.

Reason (R) : Three non-zero vectors of which none of two are collinear forms a triangle if their resultant is zero vector or sum of any two vectors is equal to the third.

collegebatch.com

20. **अभिकथन (A)** : $y = \cos^{-1}(x)$ का प्रांत $[-1, 1]$ है ।

तर्क (R) : $y = \cos^{-1}(x)$ की मुख्य शाखा की परिसर $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ है ।

खण्ड – ख

इस खण्ड में **5** अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं ।

21. यदि $a = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ तथा

$b = \tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right) - \cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ है, तो $a + b$ का मान ज्ञात कीजिए ।

22. (a) ज्ञात कीजिए : $\int \cos^3 x \, e^{\log \sin x} \, dx$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{1}{5 + 4x - x^2} \, dx$

23. एक पाइप से रेत 15 cm^3/minute की दर से गिर रही है । गिरती हुई रेत भूमि पर एक ऐसा शंकु बनाती है जिसकी ऊँचाई सदैव आधार की त्रिज्या का 1/3 भाग है । रेत से बने शंकु की ऊँचाई किस दर से बढ़ रही है जब ऊँचाई 4 cm है ?

24. बिंदु (2, 3, –5) से होकर जाने वाली तथा निर्देशांक अक्षों से समान कोण बनाने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए ।

25. (a) सत्यापित कीजिए कि $f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \; x \neq 0 \\ 0 & , \; x = 0 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन f, $x = 0$ पर संतत है या नहीं ।

अथवा

(b) $f(x) = |x - 5|$ द्वारा परिभाषित फलन f की $x = 5$ पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।

20. **Assertion (A)** : Domain of $y = \cos^{-1}(x)$ is $[-1, 1]$.

Reason (R) : The range of the principal value branch of $y = \cos^{-1}(x)$ is $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$.

SECTION – B

This section has **5** Very Short Answer questions of **2** marks each.

21. If $a = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ and

$b = \tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right) - \cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

then find the value of a + b.

22. (a) Find : $\int \cos^3 x \, e^{\log \sin x} \, dx$

OR

(b) Find : $\int \frac{1}{5 + 4x - x^2} \, dx$

23. Sand is pouring from a pipe at the rate of 15 cm^3/minute. The falling sand forms a cone on the ground such that the height of the cone is always one-third of the radius of the base. How fast is the height of the sand cone increasing at the instant when the height is 4 cm ?

24. Find the vector equation of the line passing through the point (2, 3, –5) and making equal angles with the co-ordinate axes.

25. (a) Verify whether the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \ x \neq 0 \\ 0 & , \ x = 0 \end{cases}$$

is continuous at $x = 0$ or not.

OR

(b) Check for differentiability of the function f defined by $f(x) = |x - 5|$, at the point $x = 5$.

collegebatch.com

खण्ड – ग

इस खण्ड में **6** लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं ।

26. (a) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - 2xy = 3x^2 e^{x^2}$; $y(0) = 5$, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$x^2 \, dy + y(x + y) \, dx = 0$

27. निम्न फलन के, x के सभी मानों के लिए, अवकलनीय होने के लिए a तथा b के मान ज्ञात कीजिए ।

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & , \quad x > -1 \\ bx^2 - 3 & , \quad x \leq -1 \end{cases}$$

28. (a) यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x - y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

29. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{2x+1}{(x+1)^2 (x-1)} dx$

30. दिया है कि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - \hat{k}$ तथा $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ है । एक ऐसा सदिश $\vec{d}$ ज्ञात कीजिए जो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दोनों पर लंबवत् हो, तथा $\vec{c} \cdot \vec{d} = 3$ हो ।

SECTION – C

There are **6** short answer questions in this section. Each is of **3** marks.

26. (a) Find the particular solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = 3x^2 e^{x^2} \; ; \; y(0) = 5.$$

OR

(b) Solve the following differential equation :

$$x^2 \, dy + y(x + y) \, dx = 0$$

27. Find the values of a and b so that the following function is differentiable for all values of x :

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & , \quad x > -1 \\ bx^2 - 3 & , \quad x \leq -1 \end{cases}$$

28. (a) Find $\frac{dy}{dx}$, if $(\cos x)^y = (\cos y)^x$.

OR

(b) If $\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2} = a(x - y)$, prove that $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1 - y^2}{1 - x^2}}$.

29. (a) Evaluate : $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} \, dx$

OR

(b) Find : $\displaystyle\int \frac{2x + 1}{(x + 1)^2 (x - 1)} \, dx$

30. Given $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - \hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$. Find a vector $\vec{d}$ which is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$ and $\vec{c} \cdot \vec{d} = 3$.

31. थैले I में 3 लाल तथा 4 काली गेंदें हैं जबकि थैले II में 5 लाल तथा 2 काली गेंदें हैं । थैले I में से यादृच्छया दो गेंदें निकाल कर थैले II में डाली गई तथा अब थैले II में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह निकाली गई गेंद लाल है ।

खण्ड – घ

इस खण्ड में **4** दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **5** अंक हैं ।

32. (a) बिंदु (2, 3, –8) से रेखा $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$ पर डाले गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए । अतः दिए गए बिंदु से दी गई रेखा पर खींचे लंब की लंबाई भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) नीचे दी गई दो रेखाओं L_1 तथा L_2 के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए, जहाँ

L_1 : बिंदु (2, –1, 1) से होकर जाने वाली रेखा है जो $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ के समांतर है, तथा

$L_2 : \vec{r} = \hat{i} + (2\mu + 1)\hat{j} - (\mu + 2)\hat{k}$ है ।

33. (a) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए । अत: निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$x + 2y - 3z = 1$

$2x - 3z = 2$

$x + 2y = 3$

अथवा

(b) आव्यूहों का गुणनफल $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 & 17 & 13 \\ 14 & 5 & -8 \\ -15 & 9 & -1 \end{bmatrix}$ ज्ञात कीजिए :

अतः निम्न रेखीय समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$x + 2y - 3z = -4$

$2x + 3y + 2z = 2$

$3x - 3y - 4z = 11$

34. समाकलन से वक्र $4x^2 + y^2 = 36$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

31. Bag I contains 3 red and 4 black balls, Bag II contains 5 red and 2 black balls. Two balls are transferred at random from Bag I to Bag II and then a ball is drawn at random from Bag II. Find the probability that the drawn ball is red in colour.

SECTION – D

There are **4** long answer questions in this section. Each question is of **5** marks.

32. (a) Find the co-ordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point (2, 3, –8) to the line $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$.

Also, find the perpendicular distance of the given point from the line.

OR

(b) Find the shortest distance between the lines L_1 & L_2 given below :

L_1 : The line passing through (2, –1, 1) and parallel to $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$

$L_2 : \vec{r} = \hat{i} + (2\mu + 1)\hat{j} - (\mu + 2)\hat{k}$.

33. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, then find A^{-1} and hence solve the following system of equations :

$x + 2y - 3z = 1$

$2x - 3z = 2$

$x + 2y = 3$

OR

(b) Find the product of the matrices $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 & 17 & 13 \\ 14 & 5 & -8 \\ -15 & 9 & -1 \end{bmatrix}$ and hence solve the system of linear equations :

$x + 2y - 3z = -4$

$2x + 3y + 2z = 2$

$3x - 3y - 4z = 11$

34. Find the area of the region bounded by the curve $4x^2 + y^2 = 36$ using integration.

collegebatch.com

35. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों $x + 2y \leq 12$

$2x + y \leq 12$

$x + \frac{5}{4}y \geq 5$

$x \geq 0,\ y \geq 0$ के अंतर्गत $Z = 300x + 600y$ का अधिकतमीकरण कीजिए ।

खण्ड – ङ

इस खण्ड में **3** प्रकरण आधारित प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं ।

36. एक डिपार्टमेंटल स्टोर अपने ग्राहकों से महीने में एक बार शुल्क लेने के लिए बिल भेजता है । पिछला अनुभव बताता है कि इसके 70% ग्राहक अपने पहले महीने का बिल समय पर चुकाते हैं । स्टोर ने यह भी पाया कि जो ग्राहक एक महीने में समय पर भुगतान करता है, उसके अगले महीने समय पर भुगतान करने की प्रायिकता 0.8 है और जो ग्राहक एक महीने में समय पर भुगतान नहीं करता है, उसके अगले महीने समय पर भुगतान करने की प्रायिकता 0.4 है ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) माना E_1 तथा E_2 क्रमशः ग्राहक द्वारा पहले महीने के बिल का समय पर भुगतान करने या न करने की घटना को दर्शाते हैं, तो $P(E_1)$ तथा $P(E_2)$ ज्ञात कीजिए ।

(ii) माना A, ग्राहक द्वारा दूसरे महीने का बिल समय पर देने की घटना को दर्शाता है, तो $P(A|E_1)$ तथा $P(A|E_2)$ ज्ञात कीजिए ।

(iii) ग्राहक द्वारा दूसरे महीने का बिल समय पर देने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(iii) ग्राहक द्वारा पहले महीने का बिल समय पर दिए जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जहाँ दिया है कि उसने दूसरे महीने का बिल समय पर दिया है ।

collegebatch.com

35. Solve the following Linear Programming problem graphically :

Maximise $Z = 300x + 600y$

Subject to $x + 2y \leq 12$

$2x + y \leq 12$

$x + \frac{5}{4}y \geq 5$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$

SECTION – E

In this section there are **3** case study questions of **4** marks each.

36. A departmental store sends bills to charge its customers once a month. Past experience shows that 70% of its customers pay their first month bill in time. The store also found that the customer who pays the bill in time has the probability of 0.8 of paying in time next month and the customer who doesn't pay in time has the probability of 0.4 of paying in time the next month.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) Let E_1 and E_2 respectively denote the event of customer paying or not paying the first month bill in time.

Find $P(E_1)$, $P(E_2)$.

(ii) Let A denotes the event of customer paying second month's bill in time, then find $P(A|E_1)$ and $P(A|E_2)$.

(iii) Find the probability of customer paying second month's bill in time.

OR

(iii) Find the probability of customer paying first month's bill in time if it is found that customer has paid the second month's bill in time.

collegebatch.com

37. (a) एक विद्यालय के छात्रों को रेलवे की विरासत और उसके इतिहास के बारे में जानने के लिए रेलवे संग्रहालय ले जाया जाता है ।

एक प्रदर्शनी में स्टेशन के पास ट्रैक पर कई रेल–लाइनों को दर्शाया गया है । माना L रेलवे ट्रैक पर स्थित सभी रेल–लाइनों का समुच्चय है तथा $R = \{(l_1, l_2) : l_1, l_2$ के समांतर है$\}$ द्वारा परिभाषित L पर संबध है ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) ज्ञात कीजिए कि संबंध R सममित है या नहीं ।

(ii) ज्ञात कीजिए कि संबंध R संक्रामक है या नहीं ।

(iii) यदि रेलवे ट्रैक पर एक रेल–लाइन को समीकरण $y = 3x + 2$ द्वारा निरूपित किया गया है, तो R में इससे संबंधित रेल–लाइनों के समुच्चय को ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) माना एक संबंध S, $S = \{(l_1, l_2) : l_1, l_2$ के लम्बवत है$\}$ द्वारा परिभाषित है, तो जाँच कीजिए कि क्या S सममित है तथा संक्रामक है ।

collegebatch.com

37. (a) Students of a school are taken to a railway museum to learn about railways heritage and its history.

An exhibit in the museum depicted many rail lines on the track near the railway station. Let L be the set of all rail lines on the railway track and R be the relation on L defined by

$R = \{(l_1, l_2) : l_1 \text{ is parallel to } l_2\}$

On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Find whether the relation R is symmetric or not.

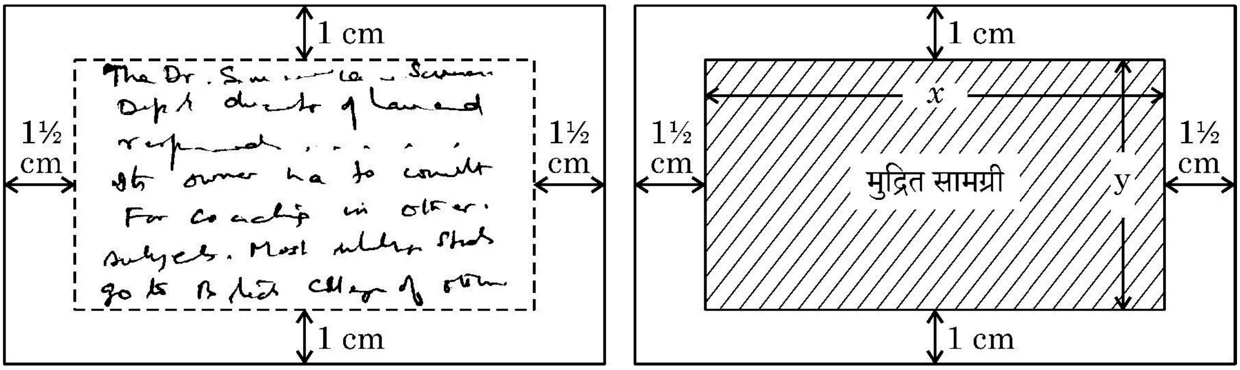
(ii) Find whether the relation R is transitive or not.

(iii) If one of the rail lines on the railway track is represented by the equation $y = 3x + 2$, then find the set of rail lines in R related to it.

OR

(b) Let S be the relation defined by $S = \{(l_1, l_2) : l_1 \text{ is perpendicular to } l_2\}$ check whether the relation S is symmetric and transitive.

38. एक आयताकार विजिटिंग कार्ड में 24 sq.cm. मुद्रित सामग्री होनी चाहिए । कार्ड के ऊपर और नीचे का मार्जिन 1 cm और बाएँ और दाएँ का मार्जिन 1½ cm होना चाहिए, जैसा दर्शाया गया है :



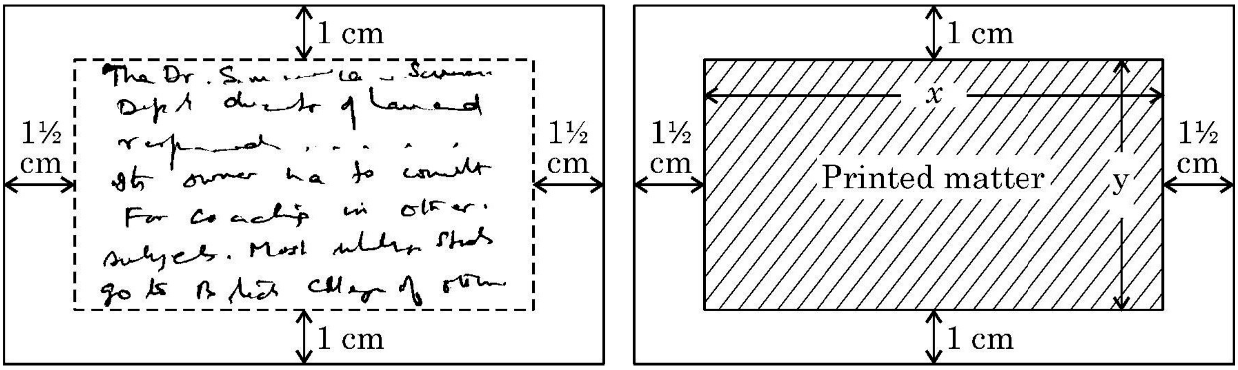
उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) विजिटिंग कार्ड के क्षेत्रफल को x के पदों में व्यक्त कीजिए ।

(ii) न्यूनतम क्षेत्रफल के लिए कार्ड की विमाएँ ज्ञात कीजिए ।

collegebatch.com

38. A rectangular visiting card is to contain 24 sq.cm. of printed matter. The margins at the top and bottom of the card are to be 1 cm and the margins on the left and right are to be 1½ cm as shown below :



On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Write the expression for the area of the visiting card in terms of x.

(ii) Obtain the dimensions of the card of minimum area.

collegebatch.com